

# НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

## Останов К.<sup>1</sup>, Давранов О.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Останов Курбон - кандидат педагогических наук, доцент;

<sup>2</sup>Давранов Одил - магистрант,  
кафедра теории вероятностей и математической статистики, математический факультет,  
Самаркандский государственный университет,  
г. Самарканд, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в статье рассмотрены методические рекомендации по некоторым особенностям изменения расчетных схем в условиях неопределенности. Рассмотрены три варианта начисления процентов за пользование деньгами на единичном промежутке: в конце промежутка по ставке  $i$  начисляются проценты; в конце промежутка начисляются проценты по случайной ставке, в среднем ставка равна  $i$  процентов; проценты начисляются дважды: половина - незадолго до конца промежутка и вторая половина - на таком же временном расстоянии после окончания промежутка.

Рассматриваемая задача довольно абстрактна, однако из нее последуют прозрачные и несложные выводы. Детерминированный эквивалент случайных процентов (второй вариант) равен математическому ожиданию случайной величины начисляемых процентов. Детерминированный эквивалент случайного (во времени) начисления процентов (третий вариант) больше, чем математическое ожидание (по моменту времени) начисляемых процентов.

**Ключевые слова:** расчетные схемы, неопределенность, начисление процентов, детерминированный эквивалент, плавающая ставка процента, случайные потоки платежей, рискованные инвестиционные процессы.

УДК 519.2

Рассмотрим три схемы выплаты дивидендов: в середине каждого квартала выплачиваются дивиденды в размере 100 д.е.; в середине каждого квартала выплачиваются дивиденды случайного размера, в среднем 100 д.е.; в каждом квартале выплачиваются в некоторый случайный день дивиденды в размере 100 д.е. Какая из этих трех схем предпочтительнее для владельца акций?

**Плавающая ставка процента.** Аналогично предыдущему примеру рассмотрим три варианта начисления процентов за пользование деньгами на единичном промежутке: в конце промежутка по ставке  $i$  начисляются проценты; в конце промежутка начисляются проценты по случайной ставке, в среднем ставка равна  $i$  процентов; проценты начисляются дважды: половина - незадолго до конца промежутка и вторая половина - на таком же временном расстоянии после окончания промежутка.

Рассматриваемая задача довольно абстрактна, однако из нее последуют прозрачные и несложные выводы. Первый вариант начисления процентов - это вариант детерминированного финансового анализа, т.е. анализа в условиях определенности. Поэтому проанализируем второй и третий варианты. Достаточно ограничиться рассмотрением единичной денежной суммы. Второй вариант. Пусть  $f(x)$  - плотность распределения случайной ставки  $X$ , тогда начисляемые процентные деньги есть случайная величина  $I(X) = X$  с плотностью  $f(x)$  и математическим ожиданием  $M[I] = M[X] = i$ . Другими словами, детерминированный эквивалент случайной ставки есть  $i$ . Третий вариант. Пусть первая порция процентных денег по ставке  $i/2$  начисляется в момент  $1 - \varepsilon$ , а вторая, также по ставке  $i/2$ , в момент  $1 + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — небольшое положительное число. Тогда в первый раз начисленные процентные деньги  $I_1 = i/2$ , во второй раз также  $I_2 = i/2$ . Приведем эти суммы к моменту 1, для чего  $I_1$  умножим на  $(1 + i)^\varepsilon$ , а  $I_2$  умножим на  $(1 + i)^{-\varepsilon}$ . Получаем эквивалент суммарных процентных денег в момент 1 -  $(i/2)(1 + i)^\varepsilon + (i/2)(1 + i)^{-\varepsilon}$ . Так как  $(1 + i)^\varepsilon + (1 + i)^{-\varepsilon} > 2$ , то получившиеся процентные деньги больше, чем  $i$ , т.е. детерминированный вариант таким образом начисляемой процентной ставки больше, чем  $i$ .

Как можно представить второй и третий варианты? Пусть банк имеет много филиалов, относительно самостоятельных в части выплаты процентов. Второй вариант получается, когда все они начисляют проценты в конце промежутка, но сами проценты случайные, хотя в среднем по всему банку процентная ставка равна  $i$  (усреднение по географическому признаку). Такой вариант назовем случайными процентами. Третий вариант получается, когда в каждом филиале начисляются одни и те же проценты, но день начисления случаен. Такая случайность есть начисление процентов (неслучайных) в случайный момент времени (здесь усреднение по времени начисления процентов).

Итак, детерминированный эквивалент случайных процентов (второй вариант) равен математическому ожиданию случайной величины начисляемых процентов. Детерминированный эквивалент случайного (во времени) начисления процентов (третий вариант) больше, чем математическое ожидание (по моменту времени) начисляемых процентов.

Аналогичные выводы следуют по поводу различных вариантов дисконтирования к современному моменту будущих сумм. Рассмотрим три варианта выплаты займа (в долг взята единичная сумма), взятого на единичный промежуток времени по ставке  $i$  процентов:

- 1) в конце промежутка выплачивается сумма  $(1 + i)$  - детерминированный вариант;

2) в конце промежутка выплачивается случайная сумма, в среднем равная  $(1+i)$ ;

3) сумма выплачивается дважды: половина - незадолго до конца промежутка и вторая половина - на таком же временном расстоянии после окончания промежутка.

Анализ, подобный приведенному выше, показывает, что во втором варианте средняя величина дисконтированных к современному моменту выплат равна 1, т.е. второй вариант эквивалентен детерминированному варианту; в третьем варианте средняя величина оказывается больше, чем 1. Итак, для кредитора предпочтительнее третий вариант. Это же верно и для случая трех вариантов выплаты дивидендов - для владельца акций предпочтительнее третий вариант.

Все это хорошо известно финансистам и может быть выражено словами: если возможно, свой долг плати позже, а долги себе собирай пораньше.

**Случайные потоки платежей.** Такие потоки могут быть весьма разнообразны: полностью детерминированный поток - моменты платежей и величины платежей полностью определены; частично детерминированный поток - полностью определены моменты платежей либо величины платежей и т.д.

**Пример.** По договору в течение 5 лет в конце каждого квартала издательство переводит на счет автора случайную сумму денег (зависит от числа проданных книг). Предположим, что эта сумма равномерно распределена от 1000 до 1400 руб. Как найти современную величину этой ренты?

Решение. Так как момент платежей точно определен, то для расчетов можно заменить поток реальных платежей потоком их математических ожиданий и использовать соответствующую формулу из детерминированного анализа. Так как переводимая сумма равномерно распределена, то ее математическое ожидание есть середина промежутка распределения, т.е. 1200 руб. Для простоты пусть квартальная ставка сложных процентов  $i = 3\%$ , тогда искомая современная величина равна

$$1200 \cdot a(20,3) = 1200 \cdot 14,877 = 17\,852 \text{ руб.}$$

Потоки платежей со случайным временем платежа часто встречаются на практике. Например, таков поток платежей оплаты за квартиру — ведь редко кто платит за квартиру в строго определенный день. Если бы в примере 1 издательство переводило автору деньги за каждую проданную тысячу экземпляров книги, то получился бы поток неслучайных платежей в случайные моменты времени.

Еще одним важным примером случайного потока (неслучайных) платежей является поток выплат страховых сумм на случай смерти родственникам умершего. Анализом подобных потоков платежей занимается так называемая актуарная математика.

**Рисковые инвестиционные процессы.** Для оценки характеристик инвестиционных проектов важнейшее значение имеет ставка дисконтирования будущих доходов к современному моменту. Если будущие платежи рискованны, т.е. не являются жестко определенными, то инвесторы уменьшают сегодняшнюю оценку будущих доходов. Тем самым для оценки сегодняшнего значения будущих доходов приходится применять увеличенную ставку дисконтирования. Самое простое — расклассифицировать проекты на низкорисковые, среднерисковые и высокорисковые и приписать каждой группе некоторый добавок к обычному коэффициенту дисконтирования. Например, для низкорисковых к ставке прибавляется 2%, к среднерисковым — 4%, к высокорисковым — 6%. Совершенно ясно, что «добавок» зависит от величины обычного коэффициента дисконтирования.

Отсюда следует вывод: чтобы увеличить привлекательность выдвигаемых проектов, фирма должна заботиться об уменьшении этого рискованного «добавка». Для этого она должна привлекать к себе доверие потенциальных инвесторов. Привлечение доверия включает своевременную выплату дивидендов, соблюдение прав акционеров и др. Особенно это важно для фирмы, намеревающейся долго работать. Такой фирме просто необходимо быть честной, ей это выгодно.

### *Список литературы*

1. Капитonenko В.В. Финансовая математика и ее приложения. М.: Приор, 1998.
2. Малыхин В.И. Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. 237 с.
3. Уотшем Т.Дж., Паррамоу Л. Количественные методы в финансах: Пер. с англ. М. ЮНИТИ, 1998.
4. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1, 2. М.: Фазис, 1998.