

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ АППРОКСИМАЦИИ СПЛАЙНОМ ТИПА «ТОНКИХ ПЛАСТИН» ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ КРУПНОГАБАРИТНОГО РЕФЛЕКТОРА.

Бикеев Е. В.¹, Калабегашвили Г. И.²

¹Бикеев Егор Вячеславович – инженер-конструктор;

²Калабегашвили Георгий Ильич – инженер-конструктор,

АО «Информационные спутниковые системы им. М. Ф. Решетнева», г. Железногорск

Аннотация: в данной статье кратко рассмотрена одна из задач, возникающая при создании крупногабаритных трансформируемых антенн для космических аппаратов. Она связана с компенсацией уходов и деформаций, влияющих на приемно-передающие характеристики антенны. Для оценки деформаций рефлектора применяются различные численные методы. В статье рассматриваются вопросы аппроксимации поверхности деформированного рефлектора, заданных облаком измеренных точек, сплайн-поверхностями типа «тонких пластин». Полученный результат сравнивается с эталонными значениями и на основании этого делается вывод о возможности применения этого метода.

Ключевые слова: параболоид вращения, деформации рефлектора, орбитальная юстировка, аппроксимация сплайн-поверхностью, сплайн типа «тонких пластин».

Введение

На сегодняшний день в космической отрасли одним из важных направлений является создание крупногабаритных трансформируемых антенн (КТА) [1]. Их создание обусловлено выгодами улучшения приемно-передающих характеристик космического аппарата.

В рамках создания КТА на основе трансформируемого рефлектора необходимо решить задачу по орбитальной юстировке рефлектора. Концепция орбитальной юстировки основана на представлении объекта измерения, в данном случае рефлектора антенны, как облака измеренных точек [2].

При этом, количество измеренных точек, при орбитальной юстировке, как правило, не велико. Поэтому возникает проблема оценки деформации поверхности рефлектора по малому количеству точек. Для решения такой проблемы хорошо подходят сплайн-поверхности. Их применение позволяет наглядно оценить деформации поверхности, не прибегая к специальным средствам визуализации.

В данной работе авторы провели исследование по применению сплайн-поверхности для оценки деформаций рефлектора.

Объект исследования

В качестве объекта исследования примем какой-либо офсетный рефлектор, который является вырезкой из параболоида вращения. Он представлен в виде наборов точек (далее по тексту *опорные точки*), лежащих на отражающей поверхности рефлектора, в системе координат *параболоида наилучшего соответствия* (СК ПНС). Точки имеют заранее наложенные отклонения от нормального положения параболоида вращения, имитирующие деформации рефлектора. Количество точек в наборе: 792, 19880.

Система отсчета

СК ПНС представляет собой систему координат, в которой *параболоид наилучшего соответствия* принимает канонический вид (1), а ось OX является фокальной осью этого параболоида. *Параболоидом наилучшего соответствия* будем называть ту поверхность из класса параболоидов вращения, которая аппроксимирует *опорные точки* с наименьшим среднеквадратичным отклонением. Методика отыскания ПНС более подробно описана в [3].

Постановка задачи

В СК ПНС задано каноническое уравнение параболоида вращения, представленное выражением (1), относительно которого находятся смещения точек.

$$2PX = Y^2 + Z^2, \quad (1)$$

где X, Y, Z координаты опорных точек,

P – фокальный параметр.

Опорные точки представлены наборами из 792 и 19880 измеренных на поверхности рефлектора точек. Набор из 792 точек характеризуется как совокупность 288 узловых точек фронтальной сети рефлектора и 504 точки расположенных на сетеполотне в центре каждого facetsа рефлектора [3]. Набор из 19880 точек расположенных на сетеполотне, будем считать эталонным представлением поверхности рефлектора.

Требуется провести восстановления аналитического вида поверхности рефлектора по набору из 792 точек, при помощи метода интерполяции сплайн-поверхностью типа «тонких пластин» [4] и провести оценку деформаций полученной поверхности, в сравнение с *эталонными* значениями.

Восстановление аналитического вида поверхности рефлектора

Для начала, требуется получить аналитический вид поверхности вида (2).

$$x = \varphi(y, z), \quad (2)$$

где $x, y, z \in \mathfrak{R}$.

Поскольку точность аппроксимации важна для последующих вычислений, потребуем выполнения следующего условия:

$$x_i = \varphi(y_i, z_i), \quad (3)$$

где x_i, y_i, z_i – x-я, y-я, и z-я координаты *измеренных точек* отражающей поверхности рефлектора.

В рамках этой работы был выбран метод интерполяции сплайн-поверхностью типа тонких пластин. Данный метод появился из работ по механике в 70-х годах XX вв. Физическим смыслом сплайн-поверхности является минимизация полной свободной энергии тонкой упругой пластины.

Такой вид (4) позволяет учитывать положение каждой точки, однако, это влечёт к увеличению слагаемых пропорционально количеству входных данных. Следовательно, при использовании такого метода, следует ограничить количество *опорных точек*, соразмерно мощностям вычислительной машины.

$$\varphi(y, z) = \sum_{i=1}^n c_i r_i^2 \ln r_i^2 + c_{n+1} + c_{n+2}y + c_{n+3}z, \quad (4)$$

$$\text{где } r_i = (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2,$$

$c_i, i = 1..n+3$ – коэффициенты, которые находятся из решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ),

n – количество опорных точек.

Данный метод подробно описан В. О. Ашкеназы в [4].

Функция деформаций

После получения аналитического вида отражающей поверхности можем рассчитать кратчайшее расстояние от каждой точки получившейся поверхности (4) до каждой точки принадлежащей ПНС.

Кратчайшее расстояние между двумя точками в трехмерном пространстве рассчитывается по формуле (5).

$$F(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}) = R_i = \sqrt{(x_i - x_{0i})^2 + (y_i - y_{0i})^2 + (z_i - z_{0i})^2}, \quad (5)$$

где: x_i, y_i, z_i – координаты i-й реперной точки ПНС,

x_{0i}, y_{0i}, z_{0i} – координаты i-й опорной точки.

Будем называть точку i-й реперной точкой ПНС, если в ней расстояние между параболоидом и соответствующей ей i-й опорной точкой кратчайшее.

Для того чтобы адаптировать эту функцию для каждой точки на поверхности, заменим координату x_0 на выражение $\varphi(y, z)$. Теперь зная две координаты из области проекций точек поверхности на плоскость YOZ можно узнать расстояние от текущей точки до ПНС. В итоге получаем функцию вида (6), будем называть её *функцией деформаций*, которая выражает кратчайшее расстояние от точки с координатами x, y и z – точки принадлежащей отражающей поверхности рефлектора, до ПНС.

$$R = R(y, z) \quad (6)$$

где y и z – координаты *опорных точек*,

R – кратчайшее расстояние от точки до параболоида вращения.

Сравнение с эталонными значениями

Проведем сравнение полученной *функции деформаций* со значениями деформаций, полученными по *эталонным* точкам.

Построим непрерывную функцию деформаций по 792 точке. *Функция деформаций* ставит в соответствие проекциям точек поверхности на плоскость YOZ расстояние точки от ПНС. Поскольку эта функция имеет громоздкий аналитический вид, приводить ее здесь не имеет смысла.

Выбрав в полученной поверхности 19880 точек соответствующих эталонным точкам сравним их с *эталонными* значениями.

Расчеты показали что максимальные, до 8 мм, рассогласования лежат в ближайшей окрестности точек фронтальной сети. Это, скорее всего, связано с тем, что из необходимости выполнения условия (3), сплайн-поверхность пытается сгладить резкие переходы, которые характерны для реальной поверхности. Внутри facets, где поверхность рефлектора ведёт себя более гладко, напротив, наблюдается довольно высокая, от 2 мм до 0, степень аппроксимации.

Следовательно, можно сделать вывод, что для оценки деформаций поверхности рефлектора по малому количеству точек можно использовать *функцию деформаций*.

Список литературы

1. *Tibert G.* Deployable tensegrity structures for space applications. Doctoral thesis. [Электронный ресурс]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2002. Режим доступа: http://www.mech.kth.se/thesis/2002/phd/phd_2002_gunnar_tibert.pdf.
2. *Дорофеев М. О., Матыленко М. Г., Бикеев Е. В., Алексеенко А. А.; под общ. ред. Логинова Ю. Ю.* Система контроля геометрии крупногабаритной трансформируемой антенны и ее наведение. // Решетневские чтения: материалы XVII Международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (12-14 ноября 2013, г. Красноярск): в 2 ч. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2013. Ч. 1. 194-196 с.
3. *Голдобин. Н. Н.* Обоснование методики оценки формы радиоотражающей поверхности крупногабаритных трансформируемых рефлекторов космических аппаратов с применением алгоритма Левенберга–Марквардта // Инновационные технологии и технические средства специального назначения : Тр. V Общерос. науч.-практ. конф. СПб., 2012. С. 93–98.
4. *Ашкеназы В. О.* Сплайн-поверхность: Основы теории и вычислительные алгоритмы: Учебное пособие. Тверь: Тверской гос. ун-т, 2003. 82 с.
5. *Ануфриев И. Е. Смирнов А. Б. Смирнова Е. Н.* Matlab 7. Наиболее полное руководство. СПб.: БХМ. Петербург, 2005. 1104 с.